

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ ΜΕ ΑΠΛΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑΤΑ

4.1 Γενικά

Όπως έχει αναφερθεί στο Κεφάλαιο 2, υπάρχουν τρεις κατηγορίες προσομοιωμάτων εδαφικής συμπεριφοράς για ανακυκλική φόρτιση:

- (α) Ελαστικά προσομοιώματα, για χρήση στην περιοχή των μικρών παραμορφώσεων.
- (β) Απλά Ελαστοπλαστικά προσομοιώματα, για χρήση στην περιοχή των μικρών και μεσαίων παραμορφώσεων.
- (γ) Σύνθετα Ελαστοπλαστικά προσομοιώματα, για χρήση σε όλο το εύρος των παραμορφώσεων, ακόμα και στην περιοχή των μεγάλων παραμορφώσεων.

Στα κεφάλαιο αυτό γίνεται εκτενής αναφορά στις δύο πρώτες κατηγορίες των εδαφικών προσομοιωμάτων τα οποία και χαρακτηρίζονται ως απλά προσομοιώματα. Η αναφορά αυτή περιλαμβάνει τη θεωρητική παρουσίαση των προσομοιωμάτων, καθώς και τη σύγκριση των αναλυτικών προβλέψεών τους με τα πειραματικά αποτελέσματα για την άμμο Nevada.

Χαρακτηριστικό στοιχείο των προσομοιωμάτων των δύο πρώτων κατηγοριών είναι η κλειστή - αναλυτική περιγραφή της σχέσης τάσεων - παραμορφώσεων του εδαφικού στοιχείου για δυναμική φόρτιση.

Επίσης, πρέπει να τονιστεί εξαρχής ότι τα απλά προσομοιώματα προσφέρονται μόνο για τον προσδιορισμό των καμπύλων G/G_{\max} - γ και ξ - γ , ενώ δεν είναι σε θέση να προβλέψουν την ανάπτυξη υπερπίεσεων στους πόρους, τις πλαστικές ογκομετρικές παραμορφώσεις και τις πλαστικές διατμητικές παραμορφώσεις.

Συνεπώς, η αναφορά στα απλά προσομοιώματα στο συγκεκριμένο κεφάλαιο έχει διττό στόχο:

- τη συνοπτική παρουσίαση των αναλυτικών σχέσεων υπολογισμού, και
- την εκτίμηση της ακρίβειας των αναλυτικών προβλέψεων.

4.2 Καταστατικές Εξισώσεις Απλών Προσομοιώμάτων

Τα απλά προσομοιώματα για την περιγραφή της δυναμικής συμπεριφοράς εδαφικών στοιχείων που εξετάζονται στο παρόν κεφάλαιο, είναι αυτά που συνηθέστερα χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό με αριθμητικές αναλύσεις για τον προσδιορισμό της εδαφικής απόκρισης. Συγκεκριμένα, εξετάζονται:

- το γραμμικώς ελαστικό- απολύτως πλαστικό προσομοίωμα,
- το υπερβολικό προσομοίωμα Masing,
- το υπερβολικό προσομοίωμα Pyke, και
- το προσομοίωμα Iwan.

Γραμμικώς Ελαστικό - Απολύτως Πλαστικό Προσομοίωμα: Το προσομοίωμα αυτό είναι το απλούστερο και περιγράφει την εδαφική συμπεριφορά χρησιμοποιώντας δύο παραμέτρους:

- το μέτρο διάτμησης στην ελαστική περιοχή (G_m), και
- τη μέγιστη διατμητική αντοχή του εδάφους (τ_m)

Η γραφική παράσταση διατμητικών τάσεων - διατμητικών παραμορφώσεων για το γραμμικώς ελαστικό - απολύτως πλαστικό προσομοίωμα αποτελείται από ευθύγραμμα τμήματα και οι βρόχοι υστέρησης που σχηματίζονται έχουν τη μορφή παραλληλογράμμου (Σχ. 4.1).

- (α) Συγκεκριμένα, διακρίνουμε την αρχική καμπύλη μονοτονικής φόρτισης ΑΒΓ. Πρόκειται για τεθλασμένη γραμμή αποτελούμενη από δύο ευθύγραμμο τμήματα, ΑΒ και ΒΓ. Αν υποθεθεί ότι η τιμή της διατμητικής παραμόρφωσης στο πέρας του πρώτου τμήματος της καμπύλης μονοτονικής φόρτισης είναι γ_1 , τότε η σχέση τάσεων - παραμορφώσεων για την καμπύλη αυτή είναι η ακόλουθη:

$$\tau = G_m \gamma \quad (\text{για } \gamma \leq \gamma_1) \quad (4.1)$$

$$\tau = G_m \gamma_1 \Rightarrow \tau = \tau_m \Rightarrow \tau = \text{const.} \quad (\text{για } \gamma \geq \gamma_1) \quad (4.2)$$

Από τις σχέσεις (4.1) και (4.2) προκύπτει με σαφήνεια η γραμμικότητα και η μη γραμμικότητα αντίστοιχα, στη σχέση μεταξύ διατμητικής τάσης και διατμητικής παραμόρφωσης.

- (β) Οι καμπύλες ανακυκλικής φόρτισης παριστάνονται επίσης με ευθύγραμμο τμήματα. Έτσι, αν υποθεθεί ότι η μονοτονική φόρτιση “διαρκεί” μέχρι μία τιμή διατμητικής παραμόρφωσης ίση προς γ_c , τότε η αποφόρτιση ξεκινά από σημείο με συντεταγμένες $(\gamma_c, G_m \gamma_1)$ και πραγματοποιείται ευθύγραμμο, με κλίση ίση με αυτή του πρώτου ευθύγραμμου τμήματος (ΑΒ) της καμπύλης μονοτονικής φόρτισης. Η αποφόρτιση πραγματοποιείται μέχρι την τιμή της διατμητικής τάσης ή της διατμητικής παραμόρφωσης που τα δεδομένα της φόρτισης επιβάλλουν. Αν υποθέσουμε ότι έχουμε συμμετρική φόρτιση ελεγχόμενης παραμόρφωσης (strain control test), τότε η αποφόρτιση πραγματοποιείται για διατμητικές τάσεις: $\gamma_c < \gamma < 2\gamma_1 - \gamma_c$. Η σχέση τάσεων - παραμορφώσεων για το ευθύγραμμο τμήμα (ΓΔ) της αποφόρτισης είναι η ακόλουθη:

$$\tau = G_m \gamma + G_m (\gamma_1 - \gamma_c) \quad (-\gamma_c < \gamma < 2\gamma_1 - \gamma_c) \quad (4.3)$$

Στη συνέχεια ακολουθεί ένα ευθύγραμμο τμήμα (ΔΕ) στο οποίο η διατμητική τάση παραμένει σταθερή. Η σχέση διατμητικών τάσεων - διατμητικών παραμορφώσεων στο τμήμα (ΔΕ) είναι η ακόλουθη:

$$\tau = G_m \gamma_1 \Rightarrow \tau = \tau_m \Rightarrow \tau = \text{const.} \quad (-\gamma_c < \gamma < \gamma_c - 2\gamma_1) \quad (4.4)$$

Ακολουθεί επαναφόρτιση η οποία παριστάνεται με ένα επίσης ευθύγραμμο τμήμα (EZ) με κλίση ίση με την κλίση του αρχικού τμήματος (AB) της μονοτονικής φόρτισης. Η σχέση τ - γ είναι η ακόλουθη:

$$\tau = G_m \gamma + G_m (\gamma_c - \gamma_1) \quad (-\gamma_c < \gamma < 2\gamma_1 - \gamma_c) \quad (4.5)$$

Στη συνέχεια, προσδιορίζεται η αναλυτική έκφραση του λόγου G/G_{\max} σε συνάρτηση με τη διατμητική παραμόρφωση γ_{cyc} . Πρέπει να τονιστεί ότι ως γ_{cyc} ορίζεται το διπλάσιο της τιμής της διατμητικής παραμόρφωσης γ_c από την οποία αρχίζει η αποφόρτιση, δηλαδή $\gamma_{cyc} = 2\gamma_c$.

- για $0 < \gamma_{cyc} < 2\gamma_1$ [γραμμικό τμήμα (AB) της μονοτονικής φόρτισης], ισχύει:

$$\frac{G}{G_{\max}} = 1 \quad (4.6)$$

- για $2\gamma_1 < \gamma_{cyc}$ ισχύει:

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{\tau_m}{G_{\max} \cdot \gamma_c} \quad \text{ή} \quad \frac{G}{G_{\max}} = \frac{\gamma_1}{\gamma_c} \quad \text{ή} \quad \frac{G}{G_{\max}} = \frac{\gamma_1}{0.5 \gamma_{cyc}} \quad (4.7)$$

Ακολούθως, θα προσδιοριστεί η αναλυτική έκφραση του λόγου υστερητικής απόσβεσης ξ σε συνάρτηση με τη διατμητική παραμόρφωση γ_{cyc} (όπου $\gamma_{cyc} = 2\gamma_c$).

- για $0 < \gamma_{cyc} < 2\gamma_1$ [γραμμικό τμήμα (AB) της μονοτονικής φόρτισης], ισχύει:

$$\xi = 0 \quad (4.8)$$

- για $2\gamma_1 < \gamma_{cyc}$ ισχύει:

$$\xi = \frac{2}{\pi} \cdot \left(1 - \frac{\gamma_1}{\gamma_c}\right) \quad \text{ή} \quad \xi = \frac{2}{\pi} \cdot \left(1 - \frac{\gamma_1}{0.5 \gamma_{\gamma c}}\right) \quad \text{ή} \quad \xi = \frac{2}{\pi} \cdot \left(1 - \frac{G}{G_{\max}}\right) \quad (4.9)$$

Οι σχέσεις προσδιορισμού του ξ προέκυψαν με απλούς μετασχηματισμούς των ακόλουθων σχέσεων: $\xi = \Delta E / (4 \pi E)$, $E = (1/2) \tau_m \gamma_c$ και $\Delta E = 4 [\tau_m (\gamma_c - \gamma_1)]$.

Οι αποδείξεις των σχέσεων (4.6) έως (4.9) ανάγονται στη γεωμετρία του βρόχου υστέρησης.

Υπερβολικό Προσομοίωμα Masing: Το προσομοίωμα Masing ανήκει στην κατηγορία των απλών ελαστοπλαστικών προσομοιωμάτων και περιγράφει την εδαφική συμπεριφορά χρησιμοποιώντας δύο παραμέτρους:

- το αρχικό επαπτομενικό μέτρο διάτμησης (G_m), και
- τη μέγιστη διατμητική αντοχή του εδάφους (τ_m)

Το προσομοίωμα Masing περιγράφεται από δύο κατηγορίες καμπύλων (Σχ. 4.2):

- (α) Την αρχική καμπύλη φόρτισης (backbone curve) η οποία ονομάζεται καμπύλη μονοτονικής φόρτισης καθώς προκύπτει από φόρτιση “μιας διεύθυνσης” και όχι από ανακυκλιζόμενη φόρτιση. Η καμπύλη μονοτονικής φόρτισης προσομοιάζεται από την υπερβολή:

$$\tau = \frac{G_m \cdot \gamma}{1 + \frac{G_m \cdot \gamma}{\tau_m}} \quad (4.10)$$

- (β) Τις καμπύλες ανακυκλιζόμενης φόρτισης που αντιστοιχούν στη προσομοίωση των διαδοχικών κύκλων αποφόρτισης - επαναφόρτισης και προσδιορίζονται από τη σχέση:

$$\tau - \tau_c = G_m \cdot (\gamma - \gamma_c) \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_m \cdot |\gamma - \gamma_c|}{2 \cdot \tau_m}} \quad (4.11)$$

όπου τ_c και γ_c : η τιμή της διατμητικής τάσης και διατμητικής παραμόρφωσης στο σημείο που έγινε η τελευταία αναστροφή της φόρτισης.

Χαρακτηριστικό στοιχείο των καμπύλων ανακυκλιζόμενης φόρτισης είναι το γεγονός ότι ακολουθούν το γενικευμένο κριτήριο Masing του οποίου τα κύρια σημεία είναι τα εξής:

- Σε κάθε αναστροφή, το μέτρο διάτμησης G έχει τιμή ίση με την αρχική τιμή του εφαπτομενικού μέτρου διάτμησης G_m .
- Η μορφή των κύκλων αποφόρτισης - επαναφόρτισης είναι ανάλογη της μορφής της καμπύλης μονοτονικής φόρτισης [σχέσεις (4.10) και (4.11)]. Επίσης, το εύρος των καμπύλων ανακυκλιζόμενης φόρτισης είναι διπλάσιο σε σχέση με το εύρος της αρχικής καμπύλης φόρτισης. Δηλαδή, για διατμητική παραμόρφωση που τείνει στο άπειρο, το εύρος της διατμητικής τάσης για τις καμπύλες ανακυκλιζόμενης φόρτισης τείνει στο $2\tau_m$ [σχέση (4.11)], ενώ για την καμπύλη μονοτονικής φόρτισης το εύρος τείνει στο τ_m [σχέση (4.10)].
- Αν η τιμή της διατμητικής τάσης υπερβεί την τιμή που λαμβάνει η διατμητική τάση τη στιγμή της έναρξης της ανακυκλιζόμενης φόρτισης, τότε οι καμπύλες ανακυκλιζόμενης φόρτισης ακολουθούν την καμπύλη μονοτονικής φόρτισης.
- Αν μία καμπύλη αποφόρτισης - επαναφόρτισης τμήσει μία προηγούμενη καμπύλη ανακυκλιζόμενης φόρτισης, τότε ακολουθείται η καμπύλη του προηγούμενου κύκλου φόρτισης.

Με αναφορά στη γεωμετρία του βρόχου υστέρησης του Σχ. 4.2 προσδιορίζεται η αναλυτική έκφραση του λόγου G/G_{max} σε συνάρτηση με τη διατμητική παραμόρφωση γ_{cyc} . Ως γ_{cyc} ορίζεται το διπλάσιο της τιμής της διατμητικής παραμόρφωσης γ_c για την οποία αρχίζει η αποφόρτιση, δηλαδή $\gamma_{cyc} = 2 \gamma_c$. Αποδεικνύεται ότι:

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \frac{G_m \cdot \gamma_c}{\tau_m}} \quad \text{ή} \quad \frac{G}{G_{\max}} = \frac{1}{1 + \frac{G_m \cdot 0.5\gamma_{cyc}}{\tau_m}} \quad (4.12)$$

Ακολούθως, με τον ίδιο τρόπο, προσδιορίζεται η αναλυτική έκφραση του λόγου υστερητικής απόσβεσης ξ σε συνάρτηση με τη διατμητική παραμόρφωση γ_{cyc} (όπου $\gamma_{cyc} = 2\gamma_c$):

$$\xi = -\frac{2}{\pi} + \frac{4}{\pi} \cdot (1 + \alpha) - \frac{4}{\pi} \cdot (\alpha^2 + \alpha) \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \quad (4.13)$$

$$\text{όπου: } \alpha = \frac{\gamma_1}{\gamma_c} = \frac{\tau_m}{G_m \cdot \gamma_c} = \frac{\tau_m}{G_m \cdot 0.5\gamma_{cyc}}$$

Οι αποδείξεις των σχέσεων (4.12) και (4.13) παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα της Διπλωματικής Εργασίας.

Υπερβολικό Προσομοίωμα Pyke: Και στο προσομοίωμα Pyke η εδαφική συμπεριφορά περιγράφεται χρησιμοποιώντας δύο παραμέτρους:

- το αρχικό εφαπτομενικό μέτρο διάτμησης (G_m), και
- τη μέγιστη διατμητική αντοχή του εδάφους (τ_m).

Το προσομοίωμα Pyke περιγράφεται από δύο κατηγορίες καμπύλων όπως φαίνεται στο Σχ. 4.3:

- Την αρχική καμπύλη φόρτισης (backbone curve) η οποία είναι η ίδια με την αρχική καμπύλη του προσομοιώματος Masing.
- Τις καμπύλες ανακυκλιζόμενης φόρτισης που αντιστοιχούν στις διαδοχικές αποφορτίσεις και επαναφορτίσεις και οι οποίες διαφέρουν από αυτές του Masing.

Συγκεκριμένα, για την προσομοίωση των κύκλων χρησιμοποιούνται οι αρχές της θεωρίας που διατυπώθηκε από τους Pyke και Cundall (1979) και είναι γνωστή ως failure - seeking model (προσομοίωμα αναζήτησης της αστοχίας). Η θεωρία αυτή βασίζεται στις εξής υποθέσεις:

- το εδαφικό υλικό “θυμάται” μόνο το τελευταίο σημείο αναστροφής της φόρτισης
- το εδαφικό υλικό θα διαρρεύσει αν διατμηθεί πέρα του ορίου αστοχίας κατά τη μία διεύθυνση φόρτισης.

Έτσι, η θεωρία αυτή χρησιμοποιεί μία μόνο σχέση τάσεων - παραμορφώσεων (την υπερβολική στην συγκεκριμένη περίπτωση) την οποία και προσαρμόζει μεταξύ του τελευταίου σημείου αναστροφής της φόρτισης και της διατμητικής αντοχής του εδάφους, έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι προηγούμενες υποθέσεις. Οι καμπύλες τάσεων - παραμορφώσεων στην ανακυκλική φόρτιση προσδιορίζονται από τη σχέση:

$$\tau - \tau_c = G_m \cdot (\gamma - \gamma_c) \cdot \frac{1}{1 + \frac{G_m \cdot |\gamma - \gamma_c|}{c \cdot \tau_m}} \quad (4.14)$$

όπου τ_c και γ_c : η τιμή της διατμητικής τάσης και διατμητικής παραμόρφωσης στο σημείο που έγινε η τελευταία αναστροφή φόρτισης

και $c = |\pm 1 - \tau_c / \tau_m|$: συντελεστής μεγέθυνσης της καμπύλης ανακυκλιζόμενης φόρτισης [(+) για την επαναφόρτιση και (-) για την αποφόρτιση]. Αποδεικνύεται ότι ο μεγεθυντικός συντελεστής c λαμβάνει τιμές μικρότερες ή ίσες του 2, δηλαδή $c \leq 2$ (Σιαφαρίκα και Σιάχου, 1990).

Αξίζει να σημειωθεί ότι το υπερβολικό προσομοίωμα Pyke δεν υπακούει στο γενικευμένο κριτήριο Masing. Δηλαδή, ενώ το μέτρο διάτμησης σε κάθε αναστροφή ισούται με το εφαπτομενικό μέτρο διάτμησης G_m και η μορφή των καμπύλων ανακυκλιζόμενης

φόρτισης είναι ανάλογη της καμπύλης μονοτονικής φόρτισης, το μέγεθος των καμπύλων είναι διαφορετικό λόγω της επίδρασης του παράγοντα c , ο οποίος σε κάθε περίπτωση είναι μικρότερος ή ίσος του 2, δηλαδή της ισοδύναμης τιμής του c κατά Masing. Αυτή η διαφορά έχει ως αποτέλεσμα το σχηματισμό βρόχων υστέρησης, των οποίων τα άκρα δεν βρίσκονται πάνω στην αρχική καμπύλη μονοτονικής φόρτισης, αλλά εκτός αυτής, όπως άλλωστε φαίνεται και στο Σχ. 4.3.

Προσαρμόζοντας την υπερβολική καμπύλη ανάμεσα στο τελευταίο σημείο αναστροφής της φόρτισης και στην διατμητική αντοχή του εδάφους, η θεωρία του προσομοιώματος Pyke αγνοεί τους προηγούμενους κύκλους φόρτισης θεωρώντας ότι το έδαφος οδηγείται προς την αστοχία βάσει της τελευταίας αυτής καμπύλης. Είναι λοιπόν προφανές ότι η θεωρία του Pyke δεν πληρεί τις δύο τελευταίες προϋποθέσεις του γενικευμένου κριτηρίου Masing.

Στη συνέχεια, θα προσδιοριστεί η αναλυτική έκφραση του λόγου G/G_{\max} σε συνάρτηση με τη διατμητική παραμόρφωση γ_{cyc} . Ως γ_{cyc} ορίζεται το διπλάσιο της τιμής της διατμητικής παραμόρφωσης γ_c για την οποία αρχίζει η αποφόρτιση, δηλαδή $\gamma_{cyc}=2 \gamma_c$. Αποδεικνύεται ότι:

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{\tau_m^2 + 2 \tau_m G_m \gamma_c}{\tau_m^2 + 4 \tau_m G_m \gamma_c + 2 G_m^2 \gamma_c^2} \quad (4.15\alpha)$$

ή

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{\tau_m^2 + 2 \tau_m G_m 0.5 \gamma_{cyc}}{\tau_m^2 + 4 \tau_m G_m 0.5 \gamma_{cyc} + 2 G_m^2 (0.5 \gamma_{cyc})^2} \quad (4.15\beta)$$

ή

$$\frac{G}{G_{\max}} = \frac{\alpha^2 + 2 \alpha}{\alpha^2 + 4 \alpha + 2} \quad \text{όπου:} \quad \alpha = \frac{\gamma_1}{\gamma_c} = \frac{\tau_m}{G_m \cdot \gamma_c} = \frac{\tau_m}{G_m \cdot 0.5 \gamma_{cyc}} \quad (4.15\gamma)$$

Ακολούθως, θα προσδιοριστεί η αναλυτική έκφραση του λόγου υστερητικής απόσβεσης ξ σε συνάρτηση με τη διατμητική παραμόρφωση γ_{cyc} (όπου $\gamma_{cyc}=2 \gamma_c$). Θεωρούμε ότι έχουμε φόρτιση ελεγχόμενης παραμόρφωσης με $-\gamma_c < \gamma < \gamma_c$ και προφανώς λόγω της μη συμμετρικής

μορφής των βρόχων (Σχ. 4.3), η μέγιστη (θετική) διατμητική τάση έχει διαφορετική (απόλυτη) τιμή από την ελάχιστη (αρνητική) διατμητική τάση. Αποδεικνύεται ότι:

$$\xi = \frac{\alpha + 1}{2\pi} \cdot \left(-\frac{4c_1}{c_1\alpha + 2} + 2c_1 + 2c_2 - c_1^2\alpha \ln\left(1 + \frac{2}{c_1\alpha}\right) - c_2^2\alpha \ln\left(1 + \frac{2}{c_2\alpha}\right) \right) \quad (4.16)$$

$$\text{όπου: } c_1 = 1 + \frac{1}{\alpha + 1} = \frac{\alpha + 2}{\alpha + 1}$$

$$c_2 = 1 - \frac{1}{\alpha + 1} + \frac{2\alpha + 4}{\alpha^2 + 4\alpha + 2}$$

$$\alpha = \frac{\gamma_1}{\gamma_c} = \frac{\tau_m}{G_m \gamma_c} = \frac{\tau_m}{G_m 0.5 \gamma_{cyc}}$$

Οι αποδείξεις των σχέσεων (4.15) και (4.16) παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα της Διπλωματικής Εργασίας.

Προσομοίωμα Iwan: Το προσομοίωμα Iwan ανήκει θεωρητικά στην κατηγορία των προσομοιωμάτων που προέρχονται από τη θεωρία πλαστικότητας, η δε “λειτουργία” του βασίζεται στη θεωρία της κινηματικής σκλήρυνσης με πολλαπλές επιφάνειες διαρροής (multi - surface kinematic plasticity theory). Πρακτικά όμως, αποτελεί προσέγγιση του προσομοιώματος Masing με μία τεθλασμένη καμπύλη, αντί της υπερβολής που χρησιμοποιεί το προσομοίωμα αυτό.

Με αυτόν τον τρόπο μπορεί να επιτευχθεί οποιοσδήποτε επιθυμητός βαθμός ακρίβειας, ανάλογα με τον αριθμό των γραμμικών τμημάτων που θα χρησιμοποιηθούν. Κάθε τέτοιο τμήμα αντιστοιχεί σε κάποια επιφάνεια διαρροής στο χώρο των τάσεων. Οι επιφάνειες διαρροής, εκφυλισμένες στο μονοδιάστατο χώρο, μπορούν να παρουσιαστούν σαν σχισμές (slots) τοποθετημένες η μία μέσα στην άλλη κατά μήκος του άξονα των τάσεων. Αυτός ο αριθμός των σχισμών ισούται με τον αριθμό των γραμμικών τμημάτων με τα οποία έχει προσεγγιστεί η καμπύλη μονοτονικής φόρτισης. Η εξωτερική επιφάνεια διαρροής είναι αυτή που αντιστοιχεί στη διατμητική αντοχή του υλικού.